



Правительство Российской Федерации

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Общеуниверситетская кафедра высшей математики

**Программа дисциплины
Высшая математика**

для направления 040100.68
Социология
подготовки магистра
Специализация "Демография"

Автор программы: Панфилов И.И., к.ф.-м.н., panfilovi@list.ru

Одобрена на заседании кафедры Высшей математики «__»_____ 2013 г
Зав. кафедрой Макаров А.А.

Рекомендована секцией УМС «__»_____ 2013 г
Председатель

Утверждена УС факультета ГМУ «__»_____ 2013 г.
Ученый секретарь

Москва, 2013

*Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями универ-
ситета и другими вузами без разрешения кафедры-разработчика программы.*



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов направления 040100.68 Социология подготовки магистра, специализация "Демография".

Программа разработана в соответствии с рабочим учебным планом университета по направлению 040100.68 Социология подготовки магистра, специализация "Демография".

2 Цели освоения дисциплины

Настоящая программа предназначена для подготовки магистров с базовым университетским образованием.

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются

- формирование у слушателей высокой математической культуры;
- овладение основными знаниями по математике, необходимыми современному социологу для рационального представления и осмысления данных о реальных объектах, явлениях, процессах социально-экономической природы;
- развитие логического мышления и умения оперировать абстрактными объектами, привитие навыков корректного употребления математических понятий и символов для выражения различных количественных и качественных отношений;
- ясное понимание математической составляющей в общей подготовке специалиста-социолога, представление о значительном числе математических понятий;
- корректное применение математических методов в современной практике анализа, прогноза и планирования в различных социально-экономических процессах.

Для реализации поставленной цели в ходе изучения курса «Высшая математика» решается задача обеспечения широкого, общего и достаточно фундаментального математического образования магистров-социологов. Фундаментальность подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств исследуемых объектов, логическую строгость изложения предмета, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения курса «Высшая математика» студенты должны:

- знать и уметь использовать математический аппарат для решения прикладных задач современной социологии;
- иметь представление о математическом моделировании социально-экономических процессов, происходящих в обществе и содержательно интерпретировать получаемые количественные результаты их решений;
- овладеть навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения социально-экономических задач.



В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
способность к восприятию, обобщению, анализу информации, постановке цели и выбору путей её достижения	ОК-1	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОК-11	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность использовать базовые теоретические знания, практические навыки и умения для участия в научных и научно-прикладных исследованиях, аналитической и консалтинговой деятельности	ПК-10	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность использовать методы сбора, обработки и интерпретации комплексной социальной информации для решения организационно-управленческих задач, в том числе находящихся за пределами непосредственной сферы деятельности	ПК-11	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность предлагать концепции, модели, изобретать и апробировать способы и инструменты профессиональной деятельности	СК-М2	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность анализировать, верифицировать, оценивать полноту информации в ходе профессиональной деятельности, при необходимости восполнять и синтезировать недостающую информацию и работать в условиях неопределенности	СК-М6	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность к самостоятельному освоению новых методов исследования, изменению научного и научно-производственного профиля своей деятельности	СК-М3	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания



Компетенция	Код по ФГОС/ НИУ	Основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
способность организовать научную и исследовательскую деятельность	ИК-Б1.2н, 1.3.и	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания
способность описывать проблемы и ситуации профессиональной деятельности, используя язык и аппарат математической науки для решения проблем на стыке наук, в смежных профессиональных областях	М 5.2	Показателем освоения являются оценки текущего, промежуточного и итогового контроля	Лекции, семинарские занятия, домашние задания

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина относится к циклу Математических и естественнонаучных дисциплин, базовая часть, обеспечивающая подготовку магистров.

Изучение курса «Высшая математика» не требует предварительных знаний, выходящих за рамки программы общеобразовательной средней школы.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- теория вероятностей и математическая статистика
- моделирование и управление
- методы анализа данных и эконометрика.

5 Тематический план учебной дисциплины.

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.	52	14	8		30
1.1	Основы аналитической геометрии и линейные пространства.	10	2	2		6
1.2	Матрицы.	14	4	2		8
1.3	Системы линейных уравнений.	14	4	2		8
1.4	Собственные векторы и собственные значения матриц.	14	4	2		8
2.	Математический анализ. Функции одной переменной.	66	18	12		36
2.1	Основы теории пределов, непрерывность.	20	4	4		12
2.2	Дифференциальное исчисление.	26	10	4		12
2.3	Интегральное исчисление.	20	4	4		12



3.	Математический анализ. Функции нескольких переменных.	12	2	2		8
3.1	Дифференциальное исчисление.	6	1	1		4
3.2	Экстремумы функций нескольких переменных.	6	1	1		4
4.	Основы дифференциальных уравнений.	10	2	2		6
5.	Основы теории вероятностей и математической статистики.	34	10	4		20
	ИТОГО:	174	46	28		100

6 Формы контроля знаний студентов.

При изучении дисциплины предусмотрены одна контрольная работа (проводится в конце первого модуля, продолжительность - 100 минут) и одно домашнее задание (выдается в начале второго модуля). Зачет проводится в конце второго модуля в письменной форме. Время написания 100 минут.

Переписывание контрольных работ или их написание в дополнительное время не допускается.

Тип контроля	Форма контроля	Модуль				
		1	2			
Текущий	Контрольная работа	1				письменная работа 100 минут
	Домашнее задание		1			
Итоговый	Зачет		1			письменная работа 100 минут.



6.1 Критерии оценки знаний, навыков

По всем формам отчетности оценки ставятся по 10-бальной шкале, при этом оценки могут не быть целочисленными, округление проводится до первой цифры после запятой. При выставлении итоговых оценок производится округление до ближайшего целого числа (если дробная часть оценки равна 0.5, то округление производится в большую сторону). Перевод в 5-бальную шкалу осуществляется согласно следующему правилу

$0 \leq Z < 4$ неудовлетворительно

$4 \leq Z < 6$ удовлетворительно

$6 \leq Z < 8$ хорошо

$8 \leq Z \leq 10$ отлично.

Аналогичная шкала используется и для итоговой оценки.

Оценка "зачтено" ставится в случае правильного выполнения 40% зачётного задания.

6.2 Порядок формирования оценок по дисциплине

Итоговая зачётная оценка в конце второго модуля выставляется по результатам итоговой контрольной работы по всему курсу с учётом накопленной оценки за весь период обучения. Итоговая зачётная оценка получается по следующей формуле: $I=0,5*Z+0,5*N$, где Z – оценка зачётной контрольной работы, N – накопленная оценка за весь период обучения, которая вычисляется по формуле: $N=0,5*N1+0,5*N2$. Здесь $N1$ и $N2$ – накопленные оценки за первый и второй модули соответственно. Они, в свою очередь, определяются формулами: $N1=0,5*A1+0,5*K$ и $N2=0,5*A2+0,5*D$, где K - оценка за текущую контрольную работу, $A1$ и $A2$ - оценки за активность на занятиях в первом и втором модулях, D – оценка за контрольное домашнее задание.

Переписывание контрольных работ или их написание в дополнительное время не допускается.

7 Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1.1. Основы аналитической геометрии и линейные пространства.

Определение и примеры линейных пространств. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты, размерность линейного пространства. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление длины вектора и расстояния между точками. Угол между векторами.

Тема 1.2. Матрицы.

Матрицы и арифметические операции с матрицами. Понятие определителя n -го порядка. Определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей и способы их вычисления. Элементарные преобразования матрицы. Ранг системы векторов, ранг матрицы и способы их вычисления.



Тема 1.3. Системы линейных уравнений.

Системы линейных неоднородных уравнений. Критерий совместности. Системы линейных однородных алгебраических уравнений, теорема о размерности пространства решений. Условия существования нетривиального решения однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса и методом Крамера. Существование и нахождение обратной матрицы, матричные уравнения.

Тема 1.4. Собственные векторы и собственные значения матриц.

Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

Применение элементов линейной алгебры в экономике: модель Леонтьева многоотраслевой экономики, модель международной торговли.

Раздел 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Тема 2.1. Функции одной переменной, основы теории пределов, непрерывность.

Предел последовательности и предел функции. Основные теоремы о пределах. Порядок малости. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций, непрерывность сложной функции.

Тема 2.2. Дифференциальное исчисление.

Производная функции в точке, ее геометрический, физический и экономический смысл. Дифференциал функции.

Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций. Логарифмическое дифференцирование. Производная обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. неявно заданная функция и ее дифференцирование. Производная функции, заданной параметрически. Понятие о производных высших порядков.

Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей $0/0$ и ∞/∞ . Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Условия монотонности функций. Локальные экстремумы функций, необходимое и достаточное условие экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Выпуклые функции и теоремы об экстремумах выпуклых функций. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Тема 2.3. Интегральное исчисление.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом замены переменной. Несобственный интеграл.

Раздел 3. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 3.1. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.



Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных.

Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции.

Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 3.2. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума.

Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 4. Основы дифференциальных уравнений.

Дифференциальное уравнение первого порядка, поле направлений, интегральная кривая, задача Коши. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.

Раздел 5. Основы теории вероятностей и математической статистики.

Опыт, множество элементарных исходов опыта, событие. Математическое определение вероятности. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Вероятностная зависимость и условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры применения формулы полной вероятности и формулы Байеса в прикладном политологическом анализе. Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины. Функция плотности распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Основные свойства математического ожидания и дисперсии. Показательное распределение. Равномерное распределение. Нормальное распределение и его роль в научном анализе.

Теория вероятностей и математическая статистика в научном исследовании и в решении практических задач.

8 Образовательные технологии

При реализации семинарских занятий используются активные и интерактивные формы проведения занятий.

9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Тематика заданий контрольной работы: линейная алгебра.

Тематика заданий домашнего задания: линейная алгебра, математический анализ, функция одной переменной.



9.2 Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Векторы, линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов.
3. Линейная зависимость и независимость векторов.
4. Базис координаты размерность линейного пространства.
5. Разложение вектора по базису.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Определитель, его свойства, вычисление.
8. Минор, алгебраическое дополнение.
9. Ранг матрицы.
10. Система линейных уравнений, основные понятия.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Методы решения систем линейных уравнений.
13. Однородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные переменные.
14. Обратная матрица.
15. Матричные уравнения.
16. Собственные значения и собственные векторы.
17. Последовательность. Предел последовательности. Свойства пределов последовательности.
18. Предел функции.
19. Основные теоремы о пределах функции.
20. Бесконечно малые функции. Их свойства.
21. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые.
22. Бесконечно большие функции. Их свойства.
23. Непрерывность функции. Основные понятия.
24. Точки разрыва, их классификация. Примеры.
25. Свойства функций, непрерывных в точке.
26. Дифференциал. Геометрическая интерпретация.
27. Производная функции в точке. Геометрическая интерпретация.
28. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
29. Производные основных элементарных функций.
30. Производная сложной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная функции, заданной параметрически.
31. Правило Лопиталя.
32. Использование производной для исследования функций на монотонность, экстремум, выпуклость, вогнутость. Точки перегиба.
33. Производные высших порядков функции одной переменной.
34. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
35. Методы интегрирования: замена переменной.
36. Определенный интеграл. Геометрический смысл.
37. Свойства определенного интеграла.
38. Формула Ньютона-Лейбница.
39. Несобственные интегралы. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.
40. Производные функции нескольких переменных.
41. Производные сложной функции многих переменных.
42. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
43. Математическое определение вероятности.
44. Вероятностная зависимость и условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
45. Функция распределения случайной величины. Закон распределения случайной величины. Функция плотности распределения вероятностей.



46. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Основные свойства математического ожидания и дисперсии.
47. Показательное распределение.
48. Равномерное распределение.
49. Нормальное распределение и его роль в научном анализе.

9.3 Примеры заданий итогового контроля.

1. Найдите ранг системы векторов и укажите какой-нибудь базис в этой системе векторов

$$\vec{a}_1 = (1; 1; 2), \vec{a}_2 = (3; 1; 2), \vec{a}_3 = (1; 2; 1), \vec{a}_4 = (2; 1; 2).$$

2. Найдите значения параметров a , b и c , при которых матрицы A и B являются обратными:

$$A = \begin{pmatrix} a-1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & c-2 \\ 4 & b & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -8 & 3 & -6 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -8 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$

4. Найдите фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений. Запишите ответ в векторном виде.
$$\begin{cases} x_1 - 22x_2 + x_3 + 250x_4 = 0 \\ 2x_1 - 44x_2 + 3x_3 + 180x_4 = 0 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные векторы и собственные значения матрицы:
$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Вычислите пределы, используя замены на эквивалентные $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin(2x))}{\sin(3x)}.$

7. Найдите асимптоты к графикам функций $y = \frac{x}{x^2 + 1}.$

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $y = x^2$, $x = -2$, $x = 1$.

9. Найдите производную функции $z = x^3y - 5xy^2 + 8$, по направлению $\vec{l} = (1; 1)$ в точке $M(1; 1)$.

10. Найдите локальные экстремумы функций $z = 2x + 8y - x^2 - 2y^2$.

11. Социологический опрос содержит 4 вопроса, на каждый из которых есть 3 варианта ответа. Сколькими различными способами можно ответить на все вопросы этого опроса?

12. Из группы 10-ти студентов надо выбрать 2-х для прохождения тестирования. Сколькими способами это можно сделать, если порядок выбора не существен?

13. Сколькими способами можно ответить на тест, в котором 5 вопросов, на каждый из которых предложено 2 ответа?

14. В группе 20 человек: 5 юношей и 15 девушек. Случайным образом выбирают 3 человека. Найдите вероятность того, что все трое – юноши.

15. Средний срок существования авторитарного режима в некотором регионе равен 8 годам. Чему равна вероятность того, что авторитарный режим просуществует не более 5 лет?

16. Бросаем игральную кость (кубик) 60 раз. Чему равно математическое ожидание случайной величины «число выпавших троек»?



10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1 Базовые учебники

1. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 1999.
2. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1999.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1999.

10.2 Основная литература

5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник. М.: Высшая школа, 1998.
6. Красс М.С. Математика для экономических специальностей: Учебник. М.: ИНФРА-М, 1998.
7. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
8. Кузнецов Б.Т. Математика: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.
9. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие/ Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2001.
10. Письменный Д.Т. Высшая математика. 100 экзаменационных ответов. 1 курс. Домашний репетитор для студентов. М.: Рольф: Айрис-пресс, 1999.
11. Шипачев В.С. Основы высшей математики: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
12. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И. Теория вероятностей. Учебник. М. МЦНМО, 2009.
13. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. СПб: Лань, 1999.
14. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей М.: Наука, 1974.

10.3 Дополнительная литература

15. Бугров Я.С. Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1988.
16. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: Учебное пособие. М.: Изд-во ГУ-ВШЭ, 1998.
17. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998.
18. Зимина О.В., Кириллов А.И., Сальникова Т.А. Высшая математика: Решебник. М.: Физматлит, 2000.